全品

教辅图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧升级版

主编 肖德好

练习册

高中数学6

基础版

选择性必修第二册 RJA

本书为智慧教辅升级版

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。

图书介绍

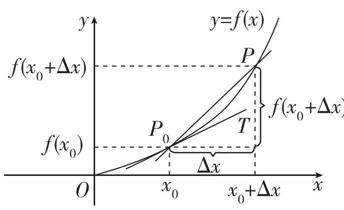
01 目录设置符合一线上课需求，详略得当

02 以教材知识和教材例题、习题为主导，更加贴近课堂

◆ **要点一　导数的几何意义**

新知构建

1. 割线的斜率



如图，平均变化率 $\frac{\Delta y}{\Delta x}=$________________，表示割线 P_0P 的________.

【诊断分析】判断正误.（请在括号中打“√”或“×”）

(1)若直线与曲线相切，则直线与曲线只有一个交点.　（　）

(2)若 $f'(x_0)=0$，则曲线在 $x=x_0$ 处切线不存在.　（　）

典例解析

角度 1　利用导数的几何意义求切线方程

例 1 ［2025·河南南阳高二期中］已知曲线 C：$y=x^3$.

(1)求曲线 C 在点 $P(1,1)$ 处的切线方程；

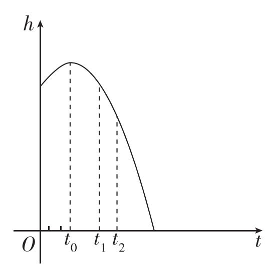
(2)求曲线 C 过点 $P(1,1)$ 的切线方程.

变式 (1)设 $f(x)$ 为可导函数，且满足 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(3+\Delta x)-f(3)}{3\Delta x}=2$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(3,f(3))$ 处的切线的斜率是　（　）

A. 6　　B. 2　　C. 3　　D. $\frac{2}{3}$

角度 2　利用导数的几何意义判断函数的变化

例 2 ［教材 P68 例 4］如图是跳水运动中某运动员的重心相对于水面的高度随时间变化的函数 $h(t)=-4.9t^2+2.8t+11$ 的图象. 根据图象，请描述、比较曲线 $h(t)$ 在 $t=t_0,t_1,t_2$ 附近的变化情况.



03 科学分层设置作业，注意难易比例搭配，兼顾基础性和综合性应用

基础巩固

1. 符合递推公式 $a_n=\sqrt{2}a_{n-1}(n\geqslant 2)$ 的数列是 （　　）

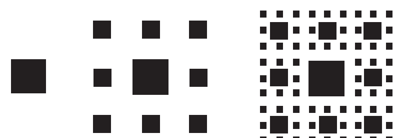
A. 1,2,3,4,…

B. $1,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

C. $\sqrt{2},2,\sqrt{2},2,\cdots$

D. $0,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

5. ［教材 P6 例 4 改编］如图，在三个正方形块中，着色正方形的个数依次构成一个数列的前三项，则这个数列的一个递推公式为 （　　）



A. $a_{n+1}=8a_n$　　B. $a_{n+1}=a_n+8n$

C. $a_{n+1}=a_n+8^{n-1}$　　D. $a_{n+1}=a_n+8^n$

综合提升

11. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=\dfrac{n}{n+2}a_n$，且 $a_1=1$，则$a_n=$ （　　）

A. $\dfrac{2}{(n+1)^2}$　　B. $\dfrac{2}{n(n+1)}$

C. $\dfrac{n}{2^n}$　　D. $\dfrac{1}{2n-1}$

思维探索

15. ［2025·河南南阳六校高二期中］已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=\sqrt{2}$，$a_{n+1}=[a_n]+\dfrac{1}{\langle a_n\rangle}$（其中$[a_n]$表示 a_n 的整数部分，$\langle a_n\rangle$表示 a_n 的小数部分），则$[a_{2025}]=$ （　　）

A. 2025　　B. 2026

C. 4048　　D. 4049

04 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

滚动习题（一）

范围 4.1～4.2

（时间：45 分钟　分值：105 分）

一、单项选择题（本大题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分）

1. ［2025·山东烟台高二期末］已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_6+a_8=8$，则 $S_{13}=$ （　　）

A. 52　　B. 104

C. 112　　D. 120

二、多项选择题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

8. 下列说法中错误的有 （　　）

A. 若 a,b,c 成等差数列，则 a^2,b^2,c^2 成等差数列

B. 若 a,b,c 成等差数列，则$\log_2 a,\log_2 b,\log_2 c$成等差数列

C. 若 a,b,c 成等差数列，则 $a+2,b+2,c+2$ 成等差数列

D. 若 a,b,c 成等差数列，则 $2^a,2^b,2^c$ 成等差数列

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

10. 设$\{a_n\}$是递增的等差数列，前三项的和为 12，前三项的积为 48，则它的首项是________.

四、解答题（本大题共 3 小题，共 43 分）

13. （13 分）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，点$(n,S_n)(n\in\mathbf{N}^*)$均在函数 $f(x)=-x^2+3x+2$ 的图象上.

(1)求 a_1,a_2,a_3,a_4；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

CONTENTS 目录

04 第四章 数列
PART FOUR

05 第五章 一元函数的导数及其应用
PART FIVE

测 评 卷

第四章　数列

4.1　数列的概念

第1课时　数列的概念与表示

基础巩固

1. 下列说法中正确的是　(　　)

A. 数列1,0,−1,−2与−2,−1,0,1是相同数列

B. 数列1,3,5,7可表示为{1,3,5,7}

C. 所有数列的通项公式都只有一个

D. 数列可以看作是一种特殊的函数

2. 下列数列中,既是递增数列又是无穷数列的是　(　　)

A. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots$

B. $-1,-2,-3,-4,\cdots$

C. $-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots$

D. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},\cdots,\sqrt{99}$

3. 数列1,3,6,10,⋯的通项公式可能是　(　　)

A. $a_n=n^2-(n-1)$　　B. $a_n=\frac{1}{2}n(n+1)$

C. $a_n=\frac{1}{2}(n-1)$　　D. $a_n=\frac{1}{2}(n+1)$

4. [教材P5T1(4)改编] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\begin{cases}3n+1,n\text{ 是奇数},\\2n-2,n\text{ 是偶数},\end{cases}$则$a_2\cdot a_3=$　(　　)

A. 70　　B. 28

C. 20　　D. 8

5. 在数列$\frac{2}{7},\frac{3}{11},\frac{4}{15},\frac{5}{19},\cdots,\frac{n+1}{4n+3},\cdots$中,$\frac{10}{39}$是它的　(　　)

A. 第8项　　B. 第9项

C. 第10项　　D. 第11项

6. (多选题)[2025·重庆巴蜀中学高二期中] 若数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n^2-4n$,则下列说法正确的是　(　　)

A. 该数列有3个负数项

B. 该数列有无穷多个正数项

C. 该数列的最小项大于函数$f(x)=x^2-4x$的最小值

D. 该数列中的所有项均为奇数或4的倍数

7. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{1}{n(n+2)}$,则$a_{10}=$________;若$a_n=\frac{1}{168}$,则$n=$________.

8. 已知数列1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,⋯,则该数列的第22项为________.

9. (13分)写出下列各数列的一个通项公式.

(1)0.9,0.99,0.999,0.999 9,⋯;

(2)$1\frac{1}{2},2\frac{4}{5},3\frac{9}{10},4\frac{16}{17},\cdots$;

(3)3,5,9,17,⋯;

(4)$-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{15}}{9},\frac{\sqrt{21}}{12},-\frac{\sqrt{3}}{5},\cdots$.

班级	
姓名	

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	11
	12
	13
	14

10. (15 分)[教材 P5 例 3 改编] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\dfrac{3n-2}{3n+1}$.

(1)求a_{10}.

(2)$\dfrac{7}{10}$是否为该数列中的项？若是，它为第几项？若不是，请说明理由.

(3)求证：$0<a_n<1$.

综合提升

11. 已知函数$f(x)$的部分对应值如下表所示. 数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，且对任意$n\in\mathbf{N}^*$，点(a_n,a_{n+1})都在函数$f(x)$的图象上，则a_{2024}的值为 (　　)

x	1	2	3	4
$f(x)$	3	1	2	4

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n+\dfrac{m}{n}(m\in\mathbf{R})$，则下列说法正确的是 (　　)

A. 当$m=2$时，数列$\{a_n\}$的最小项是$a_1=a_2=3$

B. 当$m=-1$时，数列$\{a_n\}$的最小项是$a_1=0$

C. 当$0<m<4$时，m是数列$\{a_n\}$中的项

D. 当$m<2$时，$\{a_n\}$为递增数列

13. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\left|n-\dfrac{10}{3}\right|$，则$a_n$的最小值为________，此时$n$的值为________.

14. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=2n^2+\lambda n+3$，$n\in\mathbf{N}^*$，且$\{a_n\}$是递增数列，则实数λ的取值范围是________.

思维探索

15. (15 分)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\dfrac{n-3}{2^n}$，试判断数列$\{a_n\}$的单调性，并判断该数列是否有最大项与最小项.

第 2 课时　数列的递推公式与前 n 项和

基础巩固

1. 符合递推公式 $a_n=\sqrt{2}a_{n-1}(n\geqslant 2)$ 的数列是　(　　)

A. 1,2,3,4,…

B. $1,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

C. $\sqrt{2},2,\sqrt{2},2,\cdots$

D. $0,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=2n^2$，则 $a_4+a_5=$　(　　)

A. 16　B. 32　C. 64　D. 96

3. [2025·河北定州二中高二期中] 在数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1=3,a_{n+1}=2-\frac{2}{a_n}$，则下列数不是 $\{a_n\}$ 中的项的是　(　　)

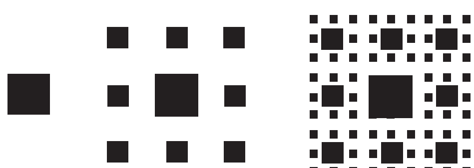
A. -1　B. $\frac{1}{2}$　C. $\frac{4}{3}$　D. -2

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=1$，$a_{n+1}=2S_n$，则 $S_4=$　(　　)

A. 27　B. 40

C. 80　D. 81

5. [教材 P6 例 4 改编] 如图，在三个正方形块中，着色正方形的个数依次构成一个数列的前三项，则这个数列的一个递推公式为　(　　)



A. $a_{n+1}=8a_n$　B. $a_{n+1}=a_n+8n$

C. $a_{n+1}=a_n+8^{n-1}$　D. $a_{n+1}=a_n+8^n$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\frac{n-3}{2n-17}$，前 n 项和为 S_n，则 S_n 取得最小值时，n 的值为　(　　)

A. 10　B. 9

C. 8　D. 4

7. [2025·辽宁鞍山普通高中高二质检] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $2a_n-3=S_n$，则 $a_3=$ ________.

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=n^2+3n+1$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 ________.

9. (13 分)已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1,a_{n+1}=\frac{n}{n+1}a_n$.

(1)写出数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项；

(2)猜想数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

班级	
姓名	

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	11
	12
	13
	15

10. (15分)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_n=a_{n-1}+\sqrt{n+1}-\sqrt{n}(n\geqslant 2)$,求$a_n$.

综合提升

11. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=\dfrac{n}{n+2}a_n$,且$a_1=1$,则$a_n=$ ( )

A. $\dfrac{2}{(n+1)^2}$　　B. $\dfrac{2}{n(n+1)}$

C. $\dfrac{n}{2^n}$　　D. $\dfrac{1}{2n-1}$

12. (多选题)[2025・福建莆田四中高二月考]已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n-1$,则下列说法正确的是 ( )

A. $\{S_n\}$是递减数列

B. $\{a_n\}$是递增数列

C. $a_n<0$

D. $S_n+a_n=1$

13. [2025・鄂北六校高二期中]已知函数$y=f(x)$,$x\in\mathbf{R}$,且$f(0)=3$,$\dfrac{f(0.5)}{f(0)}=2$,$\dfrac{f(1)}{f(0.5)}=2$,$\cdots$,$\dfrac{f(0.5n)}{f[0.5(n-1)]}=2$,$n\in\mathbf{N}^*$,则$f(3)=$________.

14. (15分)已知S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和,且$S_n=\dfrac{1}{2}n^2+\dfrac{1}{2}n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若$b_n=2^{a_n}-5a_n$,求数列$\{b_n\}$中的最小项.

思维探索

15. [2025・河南南阳六校高二期中]已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=\sqrt{2}$,$a_{n+1}=[a_n]+\dfrac{1}{\langle a_n\rangle}$(其中$[a_n]$表示$a_n$的整数部分,$\langle a_n\rangle$表示$a_n$的小数部分),则$[a_{2025}]=$ ( )

A. 2025　　B. 2026

C. 4048　　D. 4049

4.2 等差数列

4.2.1 等差数列的概念

第1课时 等差数列的概念与通项公式

基础巩固

1. 数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}-a_n=3$，则$a_n=$ ( )

A. $3n-2$ B. $3n+1$

C. $-3n+4$ D. $-3n+1$

2. 已知等差数列2，0，－2，－4，…，则－48是这个数列的 ( )

A. 第24项 B. 第25项

C. 第26项 D. 第27项

3. [2025·河南许昌高二期末] 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_5=8$，$2a_3=a_2+6$，则公差$d=$ ( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 若等差数列$\{a_n\}$的首项是－24，且从第10项开始大于0，则公差d的取值范围是 ( )

A. $\left[\frac{8}{3},+\infty\right)$ B. $(-\infty,3)$

C. $\left[\frac{8}{3},3\right)$ D. $\left(\frac{8}{3},3\right]$

5. [2025·江苏盐城七校高二期中] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=n-1$，则下列结论中正确的是 ( )

A. 数列$\{a_n\}$是公差为－1的等差数列

B. 数列$\{a_n\}$的图象只能在第一象限

C. 数列$\{a_n\}$是有穷数列

D. 数列$\{a_n\}$的图象在直线$y=x-1$上

6. (多选题)下列通项公式表示的数列是等差数列的有 ( )

A. $a_n=3n+1$ B. $a_n=n^2+1$

C. $a_n=1$ D. $a_n=1-2n$

7. [2025·上海松江二中高二月考] 已知1，a，$5-2a$构成等差数列，则实数a的值为________.

8. 写出一个同时具有性质①$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$，②$a_{n+1}<a_n$的数列$\{a_n\}$的通项公式：$a_n=$________.

9. (13分)在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_2+a_5=24$，$a_{17}=66$.

(1)求a_{2024}.

(2)2024是否为数列$\{a_n\}$中的项？若是，为第几项？

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
15	

10. (15 分)已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=\dfrac{3a_{n-1}}{a_{n-1}+3}$($n\geqslant 2$且$n\in\mathbf{N}^*$),且$a_n\neq 0$.

(1)求证:数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$是等差数列;

(2)当$a_1=\dfrac{1}{2}$时,求a_{2026}.

综合提升

11. 已知等差数列$\{a_n\}$是递减数列,a_1,a_{2024}是方程$x^2-2025x+2024=0$的两个实数根,则当$a_n=0$时,$n=$ ( )

A. 2026　　B. 2025

C. 1012　　D. 2

12. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=3$,且对任意大于1的正整数n,点$(\sqrt{a_n},\sqrt{a_{n-1}})$在直线$x-y-\sqrt{3}=0$上,则 ( )

A. $a_n=3n$　　B. $a_n=\sqrt{3n}$

C. $a_n=n-\sqrt{3}$　　D. $a_n=3n^2$

13. [2025·江苏徐州一中高二检测] 在等差数列$\{a_n\}$中,若$2a_3+a_9=18$,则a_2+3a_6的值为________.

14. (15 分)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+1, n\text{ 为奇数},\\ a_n+2, n\text{ 为偶数}.\end{cases}$

(1)求a_2,a_3;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

思维探索

15. 某网站举办了一场针对本网站会员的奖品派发活动,派发规则如下:①会员编号能被3除余1且被5除余1的会员可以获得精品吉祥物一套;②不符合①中条件的会员可以获得普通吉祥物一套.已知该网站的会员共有2024人(编号为1号到2024号,中间没有空缺),则获得精品吉祥物的人数为________.

第2课时　等差数列的性质与应用

基础巩固

1. [2025·长沙雅礼中学高二期中]已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_6+a_7+a_8=6$,则$a_7=$　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

2. [2025·黑龙江肇东四中高二期中]已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_5=8$,则$\log_2(a_2+a_4+a_5+a_9)=$　(　　)

A. 6　　B. 16　　C. 5　　D. 32

3. 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$都是等差数列,且$a_1-b_1=2$,$a_2-b_2=1$,则$a_5-b_5=$　(　　)

A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

4. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列,$a_1+a_4+a_7=10$,$a_2+a_5+a_8=30$,则$a_3+a_6+a_9=$　(　　)

A. 90　　B. 70

C. 50　　D. 40

5. (多选题)若$\{a_n\}$是等差数列,则下列数列为等差数列的有　(　　)

A. $\{a_n+a_{n+1}\}$

B. $\{a_n^2\}$

C. $\{a_{n+1}-a_n\}$

D. $\{2a_n\}$

6. 我国古代数学名著中有如下问题:"今有五人分六钱,令前三人所得与后二人等,各人所得均增,问各得几何?"其意思是:已知A,B,C,D,E五个人分重量为6钱("钱"是古代的一种重量单位)的物品,A,B,C三人所得物品的钱数之和与D,E二人所得物品的钱数之和相等,且A,B,C,D,E每人所得物品的钱数依次构成递增的等差数列,问五个人各分得多少钱的物品?在这个问题中,C分得物品的钱数是　(　　)

A. $\dfrac{6}{5}$　　B. $\dfrac{7}{6}$

C. $\dfrac{8}{7}$　　D. $\dfrac{9}{8}$

7. 等差数列$\{a_n\}$的第3项为12,第6项为4,则此数列的第9项为________.

8. 在数列$\{a_n\}$中,$a_5=5$,$a_8=10$,若$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$为等差数列,则$a_{12}=$________.

9. (13分)[2025·山西太原五中高二月考]已知$\{a_n\}$是等差数列.

(1)若$a_1-a_4+a_8-a_{12}+a_{15}=2$,求$a_3+a_{13}$的值;

(2)若$a_{49}=80$,$a_{59}=100$,求a_{79}.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	11
	12
	13
	15

10. (15 分)[教材 P16 例 4 改编] 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为正数,a_2 与 a_8 的等差中项为 8,且 $a_3a_7=28$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式.

(2)从$\{a_n\}$中依次取出第 3 项,第 6 项,第 9 项,…,第 $3n$ 项,按照原来的顺序组成一个新数列$\{b_n\}$,判断 938 是不是数列$\{b_n\}$中的项?并说明理由.

综合提升

11. 在集合$\{n|n\in\mathbf{N},1\leqslant n\leqslant500\}$中,被 5 除余 3 的数共有 ( )

A. 99 个 B. 100 个

C. 101 个 D. 102 个

12. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_1>0$,且 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$,则 ( )

A. $a_1+a_{101}>0$ B. $a_1+a_{101}<0$

C. $a_3+a_{99}=0$ D. $a_{51}<a_{50}$

13. [2025·天津静海区一中高二调研] 设公差 $d\neq0$ 的等差数列$\{a_n\}$满足 $a_5^2=a_3a_8$,则 $\dfrac{a_1+a_3+a_5}{a_1+a_4+a_7}$的值为________.

14. (15 分)有一批电器原销售价为每台 800 元,在甲、乙两家商场均有销售.甲商场用如下方法促销:买一台单价为 780 元,买两台单价为 760 元,以此类推,每多买一台则单价减少 20 元,但单价最少不低于 440 元;乙商场一律按原价的 75%销售.某单位需购买一批此类电器,去哪一家商场购买花费较少?

思维探索

15. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为 0,$a_{2024}=0$,给定正整数 m,使得对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$($n<m$ 且 $m>2$)都有 $a_1+a_2+\cdots+a_n=a_1+a_2+\cdots+a_{m-n}$ 成立,则 m 的值为 ( )

A. 4047 B. 4046

C. 2024 D. 4048

4.2.2　等差数列的前 n 项和公式

第 1 课时　等差数列的前 n 项和公式及性质

基础巩固

1. [2025·福建五校高二期中] 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $a_{11}=8$,则 $S_{21}=$ (　　)

A. 168　　B. 196

C. 200　　D. 210

2. [2025·河南新乡高二联考] 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $a_3+a_5=16$,$S_{10}=110$,则 $S_{15}=$ (　　)

A. 240　　B. 225

C. 120　　D. 30

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,若 $S_5=7$,$S_{10}=21$,则 $S_{15}=$ (　　)

A. 35　　B. 42

C. 49　　D. 63

4. [2025·太原小店区一中高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3+a_5=12$,$a_{10}+a_{11}+a_{12}=24$,则 $\{a_n\}$ 的前 13 项的和为 (　　)

A. 12　　B. 36

C. 78　　D. 156

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n,T_n,若 $\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{2n}{3n+1}$,则 $\dfrac{a_2+a_{10}}{b_5+b_7}=$ (　　)

A. $\dfrac{9}{11}$　　B. $\dfrac{17}{11}$

C. $\dfrac{11}{17}$　　D. $\dfrac{12}{19}$

6. (多选题)记 S_n 为公差 d 不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,则 (　　)

A. S_3,S_6-S_3,S_9-S_6 成等差数列

B. $\dfrac{S_3}{3}$,$\dfrac{S_6}{6}$,$\dfrac{S_9}{9}$ 成等差数列

C. $S_9=2S_6-S_3$

D. $S_9=3(S_6-S_3)$

7. [2025·天津耀华中学高二统练] 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $a_3+a_4=8$,$2a_2+a_5=6$,则 $\dfrac{S_9}{9}=$________.

8. [2025·广东惠州一中高二检测] 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,$a_1=25$,$S_{17}=S_9$,若 $S_m=S_{14}(m\in\mathbf{N}^*,m\neq 14)$,则 m 的值为________.

9. (13 分)已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d,前 n 项和为 S_n.

(1)若 $a_1=\dfrac{5}{6}$,$a_n=-\dfrac{3}{2}$,$S_n=-5$,求 n 和 d;

(2)若 $a_6=10$,$S_5=5$,求 a_8 和 S_{10}.

(3)若 $S_5=24$,求 a_2+a_4.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. (15 分)[教材 P23 练习 T5]已知一个等差数列的项数为奇数,其中所有奇数项的和为 290,所有偶数项的和为 261,求此数列中间一项的值以及此数列的项数.

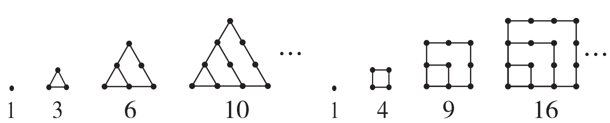
综合提升

11. 已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,T_n 是数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$的前 n 项和,若 $S_7=7$,$S_{15}=75$,则 $T_n=$ ( )

A. $\frac{n^2-9n}{4}$　　B. $\frac{n^2+9n}{4}$

C. $\frac{n^2-3n}{4}$　　D. $\frac{n^2+3n}{4}$

12. [2025・江苏启东中学高二月考]传说古希腊毕达哥拉斯学派的数学家用沙粒和小石子来研究数,他们根据沙粒或小石子所排列的形状把数分成许多类.如图,将 1,3,6,10,…称为三角形数,记为$\{a_n\}$;将 1,4,9,16,…称为正方形数,记为$\{b_n\}$,则 ( )



A. $a_5=b_4$　　B. $a_5>b_4$

C. $a_8=b_6$　　D. $a_8<b_6$

13. 记等差数列$\{a_n\}$的公差为 d,前 n 项和为 S_n,若 $\frac{d}{a_1}+\frac{a_3}{d}=4$,则$\frac{S_{2025}}{a_{2025}}=$________.

14. [2025・天津一中高二月考]已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$S_7=28$,$a_1+a_4=5$,若 $4a_t+a_m=a_{17}(m,t\in\mathbf{N}^*)$,则 t^2+m^2 的最小值为________.

思维探索

15. (15 分)已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数,记 S_n 为$\{a_n\}$的前 n 项和,且 $2S_n=a_n^2+a_n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)记 $c_n=(-1)^n a_n a_{n+1}$,求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

第 2 课时　等差数列的前 n 项和的最值与应用

基础巩固

1. 已知等差数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=24-3n$，则该数列的前n项和S_n取得最大值时，$n=$　（　）

A. 7　　B. 8

C. 7 或 8　　D. 9

2. 为了让自己渐渐养成爱运动的习惯，小张 11 月 1 日运动了 2 分钟，从第二天开始，每天运动的时长比前一天多 2 分钟，则从 11 月 1 日到 11 月 15 日，小张运动的总时长为　（　）

A. 3.5 小时　　B. 246 分钟

C. 4 小时　　D. 250 分钟

3. [教材 P23 例 9 改编] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=-9$，公差$d=2$，则S_n的最小值为　（　）

A. -45　　B. -35

C. -25　　D. -15

4. 在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=13$，$3a_2=11a_6$，则数列$\{a_n\}$的前n项和S_n的最大值为　（　）

A. 98　　B. 50　　C. 49　　D. 7

5. (多选题)设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，公差为d，若$a_1=30$，$S_{12}=S_{19}$，则　（　）

A. $d=-2$　　B. $S_n\leqslant S_{15}$

C. $a_{15}=2$　　D. $S_{30}=0$

6. 等差数列$\{a_n\}$中，$a_5<0$，$a_6>0$，且$a_6>|a_5|$，S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，则下列说法正确的是　（　）

A. S_1,S_2,S_3均小于 0，$S_4,S_5,S_6,\cdots$均大于 0

B. S_1,S_2,S_3,S_4,S_5均小于 0，$S_6,S_7,\cdots$均大于 0

C. $S_1,S_2,\cdots,S_9$均小于 0，$S_{10},S_{11},\cdots$均大于 0

D. $S_1,S_2,\cdots,S_{11}$均小于 0，$S_{12},S_{13},\cdots$均大于 0

7. [2025·太原实验中学高二月考] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n(n\in\mathbf{N}^*)$，$a_4=4$，$a_7=10$，则S_n的最小值为________.

8. 若当且仅当$n=8$时，等差数列$\{a_n\}$的前n项和S_n取得最大值，则数列$\{a_n\}$的通项公式可以是________.(写出满足题意的一个通项公式即可)

9. (13 分)已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，对任意$n\in\mathbf{N}^*$，点(n,a_n)在直线$2x-y-22=0$上.

(1)求S_n；

(2)求S_n的最小值及取得最小值时n的值.

班级

姓名

答题区 题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
15

10. (15分)某公司今年初用25万元引进一种新的设备,投入设备后每年收益为21万元.同时,公司每年需要付出设备的维修和工人工资等费用,第一年总费用为2万元,第二年总费用为4万元,以后每年总费用都增加2万元.

(1)引进这种设备后,求该公司使用这种设备第$n(n\leqslant 18)$年后所获的利润$f(n)$;

(2)这种设备使用多少年,该公司的年平均获利最大?

综合提升

11. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=pn^2+qn+r$(p,q,r为常数),则“$\{a_n\}$为递增的等差数列”是“$p>0$”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

12. (多选题)[2025·宁夏银川一中高二月考]已知等差数列$\{a_n\}$的首项为a_1,公差为d,其前n项和为S_n,若$S_8<S_6<S_7$,则下列说法正确的是 ( )

A. 当$n=7$时,S_n最大

B. 使得$S_n<0$成立的最小自然数$n=13$

C. $|a_6+a_7|<|a_8+a_9|$

D. 数列$\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}$中的最小项为$\frac{S_8}{a_8}$

13. 《张邱建算经》是我国古代数学史上的杰作,该书中有首古民谣记载了一个数列问题:“南山一棵竹,竹尾风割断,剩下三十节,一节一个圈,头节高五寸①,头圈一尺三②,逐节多三分③,逐圈少分三④,一蚁往上爬,遇圈则绕圈.爬到竹子顶,行程是多远?”此民谣提出的问题的答案为________尺.(注释:①第1节的高度为0.5尺;②第一圈的周长为1.3尺;③每节比其下面的一节多0.03尺;④每圈周长比其下面的一圈少0.013尺)

14. (15分)[2025·河南新乡高二联考]已知数列$\{b_n\}$满足$b_1=\frac{3}{5}$,$b_{n+1}=2-\frac{1}{b_n}$,$n\in\mathbf{N}^*$,数列$\{a_n\}$满足$a_n=\frac{2}{b_n-1}$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)证明数列$\{a_n\}$是等差数列并求其通项公式.

(2)设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,问S_n是否存在最小值?若存在,求S_n的最小值及取得最小值时n的值;若不存在,请说明理由.

思维探索

15. 设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若对任意的$n\in\mathbf{N}_+$,均有$S_8\leqslant S_n$成立,则$\frac{a_2}{a_1}$的取值范围为________.

滚动习题(一)

范围 4.1～4.2

(时间:45 分钟　分值:105 分)

一、单项选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. [2025·山东烟台高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_6+a_8=8$,则$S_{13}=$ (　　)

A. 52　　B. 104

C. 112　　D. 120

2. [2025·重庆南开中学高二期中] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$,$a_n=a_{n-1}+n(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$,则$a_4=$ (　　)

A. 10　　B. 11

C. 12　　D. 13

3. 如图所示,已知某梯子共有 5 级,从上往下数,第 1 级的宽度为 35 厘米,第 5 级的宽度为 43 厘米,且各级的宽度从小到大构成等差数列,则第 3 级的宽度是 (　　)

A. 39 厘米

B. 40 厘米

C. 41 厘米

D. 42 厘米

4. 有限数列$2^{-2},1,2^2,2^4,\cdots,2^{2n}$的项数是 (　　)

A. $n+1$　　B. $2n-4$

C. n　　D. $n+2$

5. [2025·洛阳强基联盟高二联考] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_{10}=20$,则a_5a_6的最大值为 (　　)

A. 2　　B. 4

C. 6　　D. 8

6. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$,则数列$\{a_n\}$中的最大项为 (　　)

A. $\dfrac{8}{9}$　　B. $\dfrac{2}{3}$

C. $\dfrac{64}{81}$　　D. $\dfrac{125}{243}$

7. 设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_k=1$,$S_{4k}=16$,则$S_{6k}=$ (　　)

A. 18　　B. 36

C. 40　　D. 42

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

8. 下列说法中错误的有 (　　)

A. 若a,b,c成等差数列,则a^2,b^2,c^2成等差数列

B. 若a,b,c成等差数列,则$\log_2 a,\log_2 b,\log_2 c$成等差数列

C. 若a,b,c成等差数列,则$a+2,b+2,c+2$成等差数列

D. 若a,b,c成等差数列,则$2^a,2^b,2^c$成等差数列

9. [2025·河南多校高二联考] 记等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_9=27$,$a_2+a_{10}=10$,则 (　　)

A. $a_1=-5$　　B. $S_6=2$

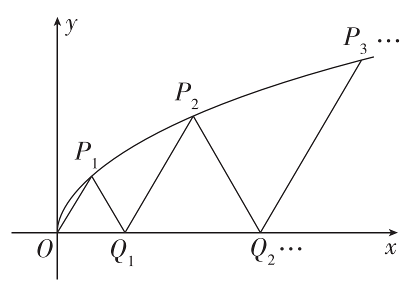
C. $S_n\geqslant S_3$　　D. $S_7=a_7$

三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

10. 设$\{a_n\}$是递增的等差数列,前三项的和为 12,前三项的积为 48,则它的首项是________.

11. [2025·宣城中学高二月考] 数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=\dfrac{a_n-1}{a_n+1}$,且$a_1=\dfrac{1}{2}$,则数列$\{a_n\}$的前 2024 项的和$S_{2024}=$________.

12. 如图所示,曲线$y=\sqrt{x}$上的点$P_i(i=1,2,\cdots,n,\cdots)$与$x$轴正半轴上的点$Q_i(i=1,2,\cdots,n,\cdots)$及原点$O$构成一系列正三角形$P_iQ_{i-1}Q_i$(设$Q_0$为$O$),记$a_n=|Q_nQ_{n-1}|$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$________.



班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

13. (13 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,点$(n,S_n)(n\in\mathbf{N}^*)$均在函数 $f(x)=-x^2+3x+2$ 的图象上.

(1)求 a_1,a_2,a_3,a_4;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

14. (15 分)[2025·江苏镇江中学高二期中] 记等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,已知 $S_3=-15$,且 $a_1,a_3,-a_4$ 成等差数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式,并求 S_n 取得最小值时 n 的值;

(2)求数列$\{|a_n|\}$的前 16 项和 T_{16}.

15. (15 分)已知$\{a_n\}$为等差数列,$b_n=\begin{cases}a_n-6,n\text{ 为奇数},\\2a_n,n\text{ 为偶数},\end{cases}$记 S_n,T_n 分别为数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的前 n 项和,$S_4=32$,$T_3=16$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 T_n.